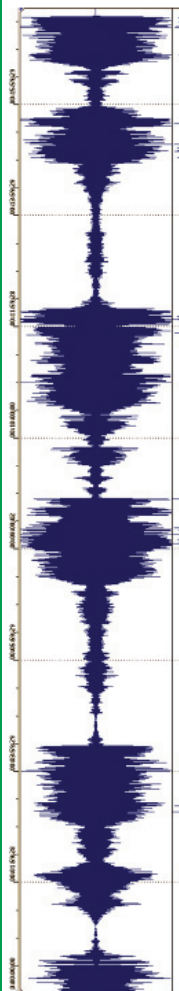


Чайковский Симфония №4, часть 1



Моцарт В. А.



Бах И.С.



Бетховен Л.В.



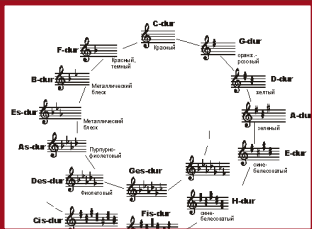
Чайковский П.И.



Сабанеев Л.Л.



Скрябин А.Н.



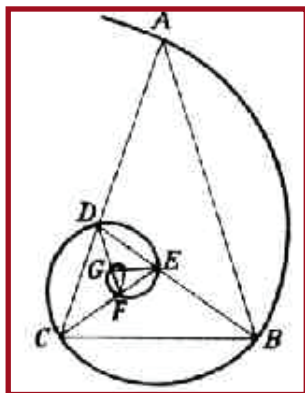
М
у
з
ы
к
а

Золотое сечение в музыке

«Даже изящные искусства питаются ею.
Разве музыкальная гамма не есть
Набор передовых логарифмов?»
(Из «Оды экспоненте»)»

Формула золотого сечения и золотые пропорции очень хорошо известны всем людям искусства, ибо это главные правила эстетики. Любое произведение искусства, спроектированное в точном соответствии с пропорциями золотого сечения, являет собой совершенную эстетическую форму.

Музыка – это вибрационное движение. Витки спирали Фибоначчи или спираль «ф» представляют собой колебательный процесс, вибрацию. Спираль образуется посредством техники сложения, используемой в отношении ϕ , Элегантная природа этой вибрации видна на рисунке «спирали ϕ ».



Чтобы лучше понять эту спираль, можно применить гармонический вибрационный способ сложения чисел, когда каждое новое число – это сумма двух предыдущих.

Начнём с единицы, прибавим к ней единицу и получим два. Затем мы берём два, складываем его с предыдущим числом, единицей, и получаем три. Затем мы берём три, складываем с предыдущим числом, два, и получаем пять. Продолжаем:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89....

Итак, числа продолжают возрастать простым гармоническим способом, где каждое новое число представляет собой сумму двух предыдущих. Если мы разделим пары чисел друг на друга, то на ранних стадиях увидим все общие диатонические музыкальные отношения, открытые Пифагором, такие как $3/2$, $5/3$, $8/5$, $13/8$ и $21/13$.

МУЗЫКА

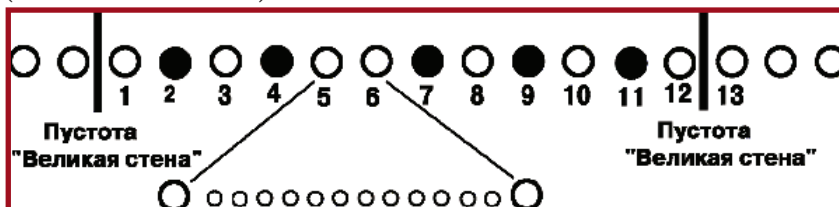
Это не должно удивлять, поскольку, чтобы лучше понять, как спираль работает с Платоновыми телами, её следует рассматривать как трёхмерный объект, как будто она обворачивается вокруг конуса с вершиной в точке G и нижней точкой A. Такой вид трёхмерной спиралевидной формы называется «конической спиралью». Хотя на ранних этапах числовые серии «ф» будут образовывать между собой музыкальные отношения, по мере роста пар чисел отношения между ними становятся всё более и более одинаковыми, и процесс роста стабилизируется.

По мере продолжения процесса каждая пара чисел в серии будет делиться друг на друга и образовывать одно и то же число, а это значит, что отношение между всеми числами остаётся постоянным. Именно по этой причине само отношение называется «константой», поскольку это всегда будет одно и то же число (и так до бесконечности), равное:

1,618033988749894484820....

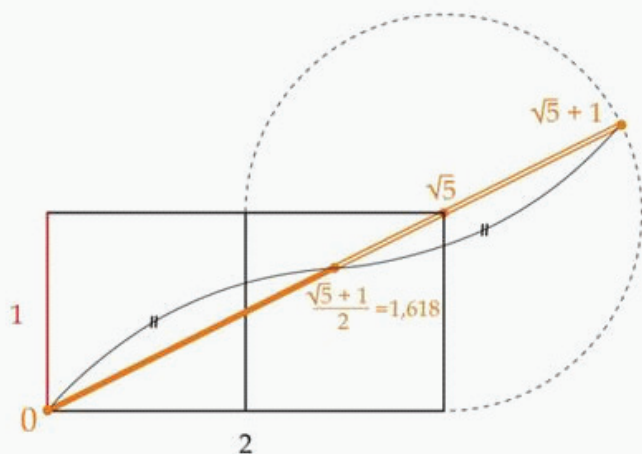
Ещё один интересный факт – мы можем начать с любых двух чисел, несмотря на их различие, и складывать их, пользуясь простой приведённой выше формулой. Невзирая на то, какими разными они могут быть через небольшой промежуток времени, мы вновь получим отношение между ними, равное константе «ф».

На следующем рисунке приводится схема хроматической гаммы. С 13-й ноты линейная схема нарушается но любая соседняя пара может породить новую хроматическую гамму (Закон Абсолюта).

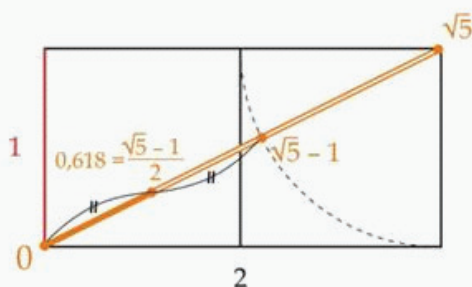


Данный рисунок отражает принципы, в соответствии с которыми формируется единое самосогласованное поле гармонии Вселенной.

МАЖОРНОЕ ЗОЛОТО



МИНОРНОЕ ЗОЛОТО



Прямоугольнике со сторонами 1 и 2 называют или полуквадратом, или двойным квадратом с диагональю $\sqrt{5}$.

Если к величине $\sqrt{5}$ прибавить единицу и полученный отрезок разделить пополам, то мы получим мажорное золото. Если же единицу отнять и остаток разделить на два, то золото будет минорным.

При этом надо помнить, что: части относятся друг к другу по удвоенному минорному золоту, когда они получены путём деления целого на $\sqrt{5}$.

Логарифмы в музыке

Музыканты редко увлекаются математикой.

Большинство из них питают к этой науке чувство уважения. Между тем, музыканты – даже те, которые не проверяют подобно Сальери у Пушкина «алгеброй гармонию», встречаются с математикой чаще, чем сами подозревают, и притом с такими «странными» вещами, как логарифмы. Ступени темперированной хроматической гаммы (12-звуковой) по частоте звуковых колебаний представляют собой логарифмы. Только основание этих логарифмов равно 2 (а не 10, как принято обычно).

Гармония музыки

Музыка – это вид искусства, который отражает действительность и воздействует на человека посредством осмысленных и особым образом организованных звуковых последовательностей, состоящих из тонов. Сохраняя некоторое подобие звуков реальной жизни, музыкальные звучания принципиально отличаются от последних строгой организованностью («музыкальной гармонией»).

Начиная с античного периода, выяснение законов «музыкальной гармонии» является одним из важных направлений научных исследований. Пифагору приписывают установление двух основных законов гармонии в музыке:

1. Если отношение частот колебаний двух звуков описывается малыми числами, то они дают гармоническое звучание;
2. Чтобы получить гармоническое трезвучие, нужно к аккорду из двух консонансных звуков добавить третий звук, частота колебаний которого находится в гармонической пропорциональной связи с двумя первыми.

Значение работ Пифагора по научному объяснению основ музыкальной гармонии трудно переоценить. Это была первая научно обоснованная теория музыкальной гармонии. Познав истинность и красоту своей музыкальной теории, Пифагор пытался распространить её на космогонию; по его представлениям и планеты Солнечной системы располагались в соответствии с музыкальной октавой «Гармонии сфер».

Любое музыкальное произведение имеет временное протяжение и делится некоторыми «эстетическими» вехами на отдельные части, которые обращают на себя внимание и облегчают восприятие целого. Вехами могут быть динамические и интонационные кульминационные пункты музыкального произведения. Закономерности возникновения «эстетических вех» в музыкальном произведении изучались русским композитором Л. Сабанеевым, советским музыковедом Л. Мазелем и русским искусствоведом Э.К. Розеновым.

Работа Э. К. Розенова (1861-1935гг.) «Закон золотого сечения в поэзии и музыке» считается одним из первых математических исследований музыкальных произведений. В начале XX века на одном из заседаний Московского научно-музыкального кружка, членами которого вместе с композиторами и пианистами Танеевым, Рахманиновым, Глиэром, Гольденвейзером были и крупные московские учёные, Розенов выступил с докладом. Он утверждал, что в музыкальных произведениях и поэзии существуют строгие пропорциональные отношения:

Он считал, что золотое сечение должно играть в музыке выдающуюся роль как средство для приведения однородных явлений в соответствие, созданное самой природой: Золотое деление могло бы:

(1) устанавливать в музыкальном произведении изящное, соразмерное отношение между целым и его частями;

(2) являться специальным местом подготовленного ожидания, совмещаясь с кульминационными пунктами (силы, массы, движения звуков) и с разного рода выдающимися, с точки зрения автора, эффектами;

(3) направлять внимание слушателя на те мысли музыкального произведения, которым автор придаёт наиболее важное значение, которые желает поставить в связь и соответствие между собой».

Золотое сечение в музыкальных произведениях

Розенов проанализировал популярнейшие и наиболее излюбленные произведения гениальных авторов Баха, Моцарта, Бетховена, Шопена, Вагнера, Глинки, а также произведения народного творчества.

Помимо установления самого факта наличия закона золотого сечения в музыкальных произведениях и его огромного эстетического значения в музыке, математический анализ музыки (даже такой элементарный) позволил автору сделать некоторые выводы о характерных особенностях творчества самих композиторов. Так, сравнивая проявление закона золотого сечения у Баха и Бетховена, Розенов пишет:

«Мы находим у Баха сравнительно более детальную и органическую сплочённость. Закон золотого деления проявляется у него с поразительной точностью в соотношениях крупных и мелких частей как в строгих, так и в свободных формах, что, несомненно, соответствует характеру, этого гениального мастера-труженика, сильного здорового и уравновешенного, его сосредоточенному отношению к работе и детальной манере письма.»

Анализ Хроматической фантазии и фуги И. С. Баха

Хроматическая фантазия и fuga И. С. Баха объединены общей тональностью ре минор и контрастны по жанру и образу. Хроматическая фантазия с фугой ре минор – одно из величайших творений Баха, образец совершенства формы и содержания, «могущественнейшее клавесинное произведение».

Хроматическая фантазия написана в размере 4/4, имеет 79 тактов, т. е. $79 \cdot 4 = 316$ четвертных долей.

Исследуя Хроматическую фантазию и фугу Баха, за единицу меры во времени была принята длительность четверти.

Итак, «целое» $a=316$. Фантазия состоит из двух ясно различимых по характеру частей. Первая часть, прелюдия, заканчивается на арпеджированном доминантовом трезвучии

с разрешением на 2-й четверти 49-го такта, на которой стоит знак ферматы (удлинение звука). Первая часть фактически заканчивается на 3-й четверти 49-го такта, т. е. на 195-й ($48 \cdot 4 + 3$) четверти $a_1 = 195$. На вторую часть приходится 121 четверть ($a_2 = a - a_1 = 316 - 195 = 121$).

The image displays a musical score for a piano piece, consisting of several systems of staves. The notation includes treble and bass clefs, various rhythmic values, and dynamic markings such as *mf*, *p*, *pp*, *f*, *ppiu f*, and *dimin.*. Performance instructions include *con espressione*, *mf legato*, and *poco p*. A handwritten note "Trappes" is present in the middle system. A boxed number "50" is also visible. The score is annotated with "a₁ = 195" and "Recitativo¹⁾ 49". The text "Конеч первой части" (End of the first part) is written below the middle system. The score includes various musical ornaments and fingerings, such as trills and triplets.

1) Указание И.С. Баха.

2) Музыкальная нотация для примечания 2: скрипка, ноты с цифрами 3, 1, 4, 2, 3, 4.

3) Мелизм начинается с главной ноты.

4) Мелизм начинается с верхней (вспомогательной) ноты.

3) Музыкальная нотация для примечания 3: скрипка, ноты с цифрами 3, 3, 3, 3, 3, 3.

МУЗЫКА

Вычисляя «теоретическую» длину первой части с помощью коэффициента золотого сечения, получаем подтверждение: фантазия разделена на первую и вторую части в золотой пропорции: Ряд золотого сечения при $a=316$: на 124-й четверти (на 31 такте) находится кульминация

The image displays a musical score for a piano fantasy, consisting of seven systems of staves. The first system includes a *cresc.* marking. A green box labeled "Кульминация 1 части" (Climax of the 1st part) is positioned above the second system. A yellow box with the number "31" is placed below the second system, indicating the measure of the climax. The score features various musical notations, including dynamics like *p* and *arpeggio*, and fingerings. A small number "30" is visible above the second system. At the bottom of the page, the number "4479" is printed.

МУЗЫКА

sempre *f*

(double)

p

f

70

69

Кульминация 2 части

molto espresso.

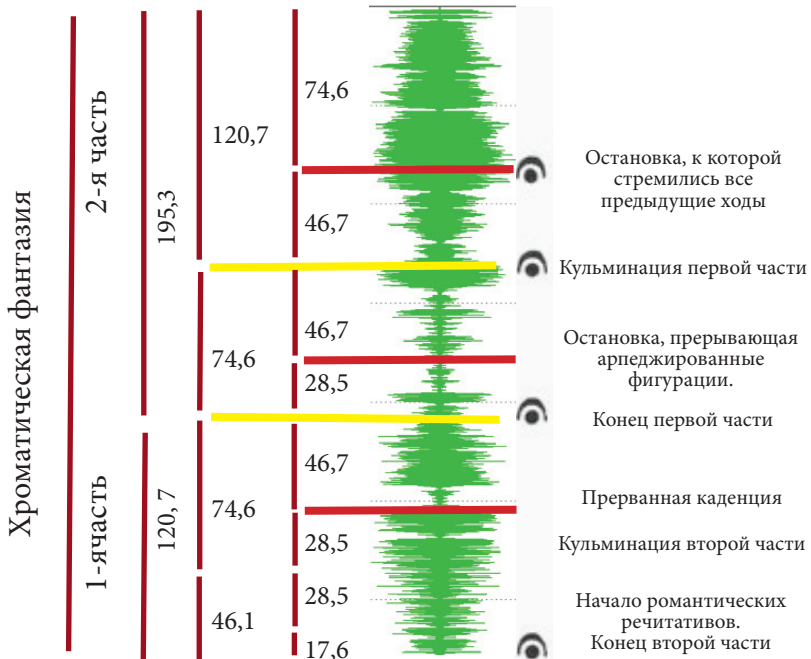
tr.

tr.

1)

2)

a.=121



первой части и стоит знак ферматы \frown , а на 77-й четверти от начала второй части, т.е. на 69 такте имеет место кульминация второй части. Таким образом, кульминация обеих частей с небольшой погрешностью, легко объяснимой растяжимостью темпов, делит эти части по закону золотого сечения.

Каждый из четырёх разделов Хроматической фантазии имеет характерные особенности, которые также с потрясающей точностью приходятся на точки золотого сечения этих разделов. Розенов также нашёл и более мелкие деления Хроматической фантазии в золотой пропорции.

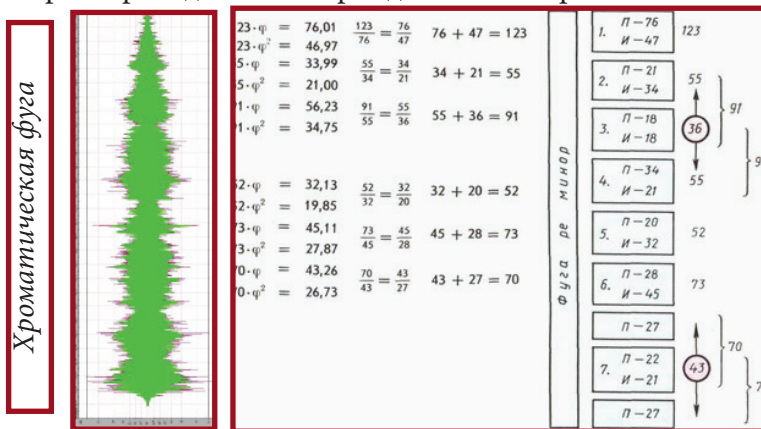
Хроматическая фантазия, произведение свободного по форме жанра, буквально соткано из золотых пропорций. Пожалуй, эстетическое впечатление от математического анализа фантазии не менее эффектно, чем прослушивание бессмертного творения Баха. На представленной схеме продемонстрированы золотые сечения Хроматической фантазии И. С. Баха. Цифры обозначают число четвертей теоретического ряда золотого сечения ($a=316$). Справа дано описание соответствующих характерных мест нотного текста фантазии:

Фуга ре минор

Анализ фуги. Фуга (от лат. fuga – бег) является наиболее совершенной формой многоголосной музыки (полифонии). Фуга строится на многократных проведений (повторениях) основной музыкальной темы в разных голосах. Проведения основной темы обычно перемежаются в фуге с промежуточными вставками, называемыми интермедиями. Таким образом, фуга в отличие от фантазии имеет чётко определённый закон построения.

Фуга ре минор состоит из семи пар проведений и интермедий и двух самостоятельных проведений. Из семи пар «проведение-интермедия» пять пар строго подчиняются закону золотого сечения. Те же две пары «проведение – интермедия», для которых закон золотого деления

не выполнен, являются своеобразными центрами симметрии относительно обрамляющих их разделов фуги и с каждым из них находятся в золотой пропорции! Именно для того, чтобы выделить эти два центра симметрии, Бах специально допускает в их строении отклонения от золотого деления и делает эти две пары «проведение-интермедия» симметричными.



Строение фуги ре минор И. С. Баха. Целые числа указывают число четвертей в фуге, дробные – теоретическое значение золотых сечений. Золотые пропорции в более крупных частях фуги отмечены фигурными скобками, центры симметрии – кружками. П – проведение, И – интермедия.

На рисунке приведена схема строения фуги ре минор. Здесь же указано число четвертей в каждом разделе фуги (целые числа) и даны теоретические значения членов золотой пропорции (дробные числа).

Все пять пар «проведение-интермедия» с большой точностью разделены в золотой пропорции (абсолютные ошибки колеблются в диапазоне от 0,05 до 0,15 четверти, относительные ошибки – от 0,02% до 0,7%). В более крупных разделах абсолютные ошибки, естественно, возрастают. Но и при делении самого большого раздела (91 четверть) эти ошибки не превышают 1,25 четверти. В фуге ре минор существуют также и более мелкие, и более крупные соотношения золотого сечения.

Трио-соната

Это произведение для флейты, скрипки и баса.

Известно, что Бах очень серьёзно относился к вопросам формы, количеству голосов, к числу тактов в пьесе. Главная тема в первой части проводится имитационно у флейты и скрипки ровно четырнадцать раз. Это не случайно.

Если пронумеровать буквы латинского алфавита, то получится, что В-2, А-1, С-3, Н-8. В сумме – 14. Эта остроумная игра воображения привлекала не только Баха. Ей сродни математическая комбинаторика – полунаука-полуигра.

В другом своём монументальном произведении – «Искусстве фуги» – Бах «озвучил» свою фамилию, написав тему В-А-С-Н.

Такой приём – использование названий звуков для записи инициалов и имён – применяли многие композиторы, например Р. Шуман, С. Рахманинов, Д. Шостакович и другие. Вторая часть трио-сонаты – обычная в подобном цикле быстрая фуигированная пьеса. В её теме еле уловимы контуры основной темы. Стройность части удивительная: небольшое Adagio, которое, допускает импровизацию каденции в партии флейты, что также было бы в стиле композиторов берлинской школы, почти с математической точностью делит часть в точке знаменитого золотого сечения с соотношением тактов 160:90!

У Бетховена проявление закона золотого сечения глубоко логично по отношению к размерам частей формы, но главным образом указывает на силу темперамента этого автора по точности совпадения всех моментов высшего напряжения чувств и разрешения подготовленного ожидания с моментами золотых сечений.

У Моцарта темперамент проявляется сравнительно слабее. Закон золотого сечения у него особенно часто применяется к подчёркиванию драматических элементов (психологических контрастов, противопоставлений характеров) и трагических положений.

У Глинки искусствоведы нашли применение данного закона только лишь в широких масштабах при почти полном отсутствии мелочных соответствий, встречающихся так часто у Баха и Шопена.

В композиции многих музыкальных произведений отмечается наличие некоторого «кульминационного взлёта», высшей точки, причём такое построение характерно не только для произведения в целом, но и для его отдельных частей. Такая высшая точка крайне редко расположена в центре произведения или его композиционной части, обычно она смещена, асимметрична. Изучая восьмитактные мелодии Бетховена, Шопена, Скрябина, советский музыковед Л.Мазель установил, что во многих из них вершина, или высшая точка, приходится на сильную долю шестого такта или на последнюю мелкую долю пятого такта, т.е. находится в точке золотого сечения. По мнению Л.Мазеля, число подобных восьмитактов, где подъём мелодии занимает пять тактов, а последующий спуск – три, необычайно велико. Их можно без труда найти почти у каждого автора, сочинявшего музыку в гармоническом стиле.

Очевидно, такое расположение кульминационных моментов музыкальной мелодии является важным элементом её гармонической композиции, придающим художественную выразительность и эстетическую эмоциональность мелодии. В некоторых случаях авторы музыкальных произведений смещали их вершину от точки золотого сечения, что придавало мелодиям неустойчивый характер. По мнению Л.Мазеля, это входило в намерения авторов, например, при сочинении скерцо, рондообразных финалов.

Э.Розеновым подробно были разобраны: финал сонаты *cis-moll* Бетховена, *Fantasia-Improvisata* Шопена, вступление к «Тристану и Изольде» Вагнера. Во всех этих произведениях золотое сечение встречается очень часто. Особое внимание автор обращал на фантазию Шопена, которая была создана экспромтом и не подлежала никакой правке, а значит и не было сознательного применения закона золотого сечения,

которое присутствует в этом музыкальном произведении вплоть до мелких музыкальных образований.

Итак, простой математический анализ, не выходящий за рамки арифметики, позволил совершенно иными глазами взглянуть на музыкальное произведение, увидеть его скрытую внутреннюю красоту, которую мы ощущаем, слушая произведение, и «видим», проводя его математический анализ.

Пьеса «Гроза». (Артём Науменко).

В 2006 году Артём, будучи учеником шестого класса ЦМШ, сочинил музыкальную пьесу, в которой хотел передать впечатления о грозе, однажды заставшей его с друзьями врасплох во время прогулки по Москве.

The image shows a musical score for a piano piece. It consists of four systems of staves. The first system is marked 'A tempo' and starts at measure 58. The second system starts at measure 62. The third system starts at measure 64. The fourth system starts at measure 66 and ends with a green box containing the text 'Конец 2 части' (End of Part 2). A yellow box with the number '68' is placed above the end of the fourth system.

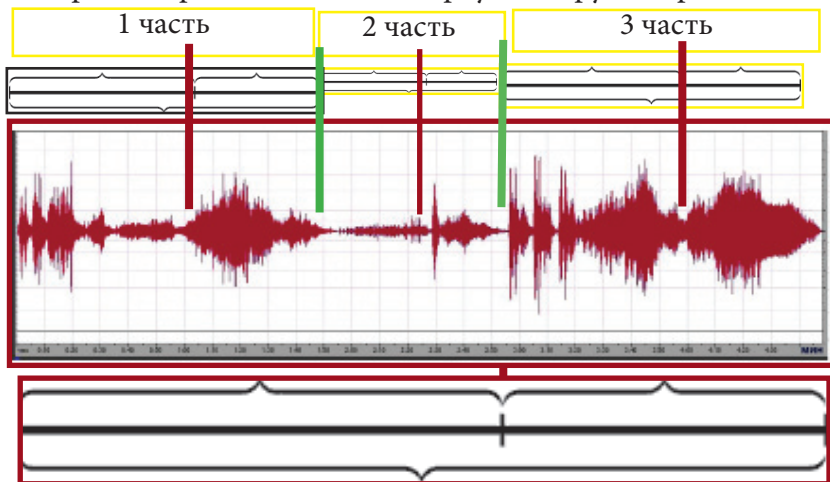
Пьеса так и называется «Гроза». Конечно, понятие «золотого сечения» тогда было совершенно неизвестно двенадцатилетнему ребёнку.

Когда, ради любопытства, мы стали анализировать «Грозу», её структурное построение, совершенно неожиданно в ней обнаружили элементы «золотой пропорции».

III

Кульминация пьесы

Размерность пьесы 4/4., в первой части 34 такта, во второй – 34 такта, в третьей – 55, всего – 123. Кульминация, апогей грозы, разгул стихии, приходится на 76 такт пьесы, $76/123 = 0,62$. Учитывая использованные в финале пьесы замедления и ферматы, кульминация достаточно точно совпала с соотношением золотой пропорции. Если рассматривать отдельно первую, вторую и третью части



пьесы, там точки золотого сечения с достаточной точностью соответствуют моментам смены изображаемых явлений: ветру, первым каплям дождя, раскатам грома, сильнейшему ливню...

На примере пьесы «Гроза», мы предлагаем вариант изучения строения конкретного музыкального произведения при помощи анализа спектра звукового сигнала данного произведения. Накладывая на спектральную характеристику разметку в пропорциях золотого сечения, становится очевидным наличие (или отсутствие) в сочинении музыкальных фраз, соответствующих пропорциям золотого сечения. Судя по спектральной характеристике пьесы, в данном случае, кульминационные и наиболее эмоциональные моменты совпадают с достаточно высокой точностью с пропорциями золотого сечения.

Сабанеев о Золотом сечении в музыке

Большое исследование проявлений золотого сечения в музыке было выполнено Леонидом Леонидовичем Сабанеевым, музыковедом и композитором. Им было изучено две тысячи произведений различных композиторов. По его мнению, временное протяжение музыкального произведения делится «некоторыми вехами», которые выделяются при восприятии музыки и облегчают созерцание формы целого. Все эти музыкальные вехи делят целое на части, как правило, по закону золотого сечения. «Все такие события инстинктом автора приурочиваются к таким пунктам длины целого, что они собою делят временные протяжения на отдельные части, находящиеся в отношениях «золотого сечения».

Как показывают наблюдения, приурочение подобных эстетических «вех» к пунктам деления общего или частичного протяжения в «золотом» отношении выполняется нередко с огромной точностью, что тем более удивительно, что при отсутствии у поэтов и у авторов музыки всякого знания о подобных вещах, это всё является исключительно следствием внутреннего чувства стройности».

По наблюдениям Л.Сабанеева, в сочинениях различных композиторов обычно имеется не одно золотое сечение,

а целая серия подобных сечений. Каждое такое сечение отражает своё музыкальное событие, качественный скачок в развитии музыкальной темы. В изученных им 1770 сочинениях 42 композиторов наблюдалось 3275 золотых сечений. Количество произведений, в которых наблюдалось хотя бы одно золотое сечение, составило 1338. Наибольшее количество музыкальных произведений, в которых имеется золотое сечение, у Аренского (95%), Бетховена (97%), Гайдна (97%), Моцарта (91%), Скрябина (90%), Шопена (92%), Шуберта (91%).

Леонидом Леонидовичем были изучены все 27 этюдов Шопена. В них обнаружено 154 золотых сечения; всего в трёх этюдах золотое сечение отсутствовало. В некоторых случаях строение музыкального произведения сочетало в себе симметричность и золотое сечение одновременно, оно делилось на несколько симметричных частей, в каждой из которых проявляется золотое сечение. В статье «Этюды Шопена в освещении золотого сечения» (1925 г.) он показал, что отдельные временные интервалы музыкального произведения, соединяемые «кульминационным событием», как правило, находятся в соотношении золотого сечения. У Шопена внутренняя формальная связь сравнительно слабее и проявляется не сплошь, а лишь местами. По силе темперамента он сходен с Бетховеном, но проявление это более внешнее и касается чаще изящной нарядности изложения мысли, чем его внутренней логики.

Анализ огромного числа музыкальных произведений позволил Сабанееву доказать, что организация музыкального произведения построена так, что его кардинальные части, разделённые вехами, образуют ряды золотого сечения. Такая организация произведения соответствует наиболее экономному восприятию массы отношений и поэтому производит впечатление наивысшей «стройности» формы. По мнению автора, количество и частота использования золотого сечения в музыкальной композиции зависит от «ранга композитора».

У Бетховена сочинения делятся на две симметричные части, внутри каждой наблюдаются проявления золотой пропорции. Композитор и учёный М.А. Марутаев подсчитал количество тактов в знаменитой сонате «Аппассионата» и нашёл ряд интересных числовых соотношений. В разработке – центральной структурной единице сонаты, где интенсивно развиваются темы и сменяют друг друга тональности, – два основных раздела. В первом 43,25 такта, во втором – 26,75. Отношение $43,25:26,75=0,618:0,382=1,618$ -золотое сечение.

Сабанеев писал: « – Нынешняя эпоха отличается именно тем, что подвергаются переоценке самые основные принципы, те, на которых музыка прочно сидела в течение многих веков. Переоценка эта ещё не состоялась в своей окончательной форме, теперешнее положение дел только указывает путь, настоятельно требует этой переоценки, требует не силою теоретического умозрения, а непосредственным сознанием необходимости, которая, в свою очередь, вытекает из сознаваемого многими приближения к той грани современного звукоззерцания, дальше которой все ресурсы современного состояния музыки окажутся уже использованными». Даже самая современная музыка заперта в тесный исторически сложившийся темперированный звукоряд, который Сабанеев называл примитивным и грубым. Признавая историческую оправданность и необходимость темперированного строя, он в то же время утверждал, что явления в музыкальном мире убеждают уже с достаточной очевидностью в том, что приходит смерть для темперированного строя». Новые композиторы, писал он, «уже чувствуют в своей фантазии зарождение новых звуковых возможностей, странных, волнующих, ещё не услышанных гармоний и тем, не укладывающихся в рамки звукоряда. Увы, им не суждено пока осуществиться: нет инструмента, который передал бы их, воплотил бы мечту в действительность». Леонид Леонидович неоднократно подчёркивал: введение «сплошного» звукоряда неизмеримо

обогатит звуковой материал, откроет массу звуковых возможностей. Услышавший их «получит столько ощущений, что вся предыдущая музыка покажется детским лепетом».

Это направление в музыкальной теории получило название «ультра-хроматизма», из противопоставления сплошного звукоряда 12 – звуковой октаве. Сабанеев считал, что нельзя достигнуть сплошного звукоряда, не потерявшись в бездне новых возможностей. Для начала он предлагал ограничить новый звукоряд 53-ступенной гаммой, считая, что «получаемое приближение в точности звуков при 53-ступенной гамме настолько велико, что ухо наше, по крайней мере, в нынешнем своем состоянии, уже не может различать разницы в чисто звуковом отношении и воспринимает получаемые минимальные различия между фиксированным строем и истинными тонами лишь «физическими» способами». Создание инструмента с 53-ступенной гаммой представлялось ему технически разрешимым делом, которое неизбежно повлечет за собой переустройство «аппарата звуковых названий и обозначений», изменение способов письменной фиксации музыкального творчества, переделку в соответствии с этим всей классической музыкальной литературы, реформирование оркестра. Возможно, современная электронная музыка способна частично воплотить идеи великого маэстро Л.Л.Сабанеева.

Использована литература:

- Лосев АФ, «Музыка как предмет логики», М.: «Правда», 1990.
 Мазель Л.«О природе в средствах музыки», М.:«Музыка» 1983.
 Волошин А.В, «Математика и искусство», – М.: Просвещение», 1992.
 Шевелев ИШ, «О формообразовании в природе и искусстве. Золотое сечение», -М. Стройиздат, 1990.
 Сабанеев Л. Этюды Шопена в освещении закона золотого сечения. // Искусство, 1925, № 2
 Сабанеев Л. Воспоминание о России, М.: «Классика-21», 2005.
<http://www.belcanto.ru/zolsech.html>
<http://youtonika.ru/proporitsiya-zolotogo-secheniya-v-muzyike/>
http://zri.ucoz.kz/blog/zolotoe_sechenie_v_muzyke/2010-03-17-122
<http://www.muzlitra.ru/bah/fuga-baha-3.html>